

# 令和3年度専攻科入学者選抜学力検査問題

## 数 学

### (注意)

- 1 問題用紙は指示があるまで開かないでください。
- 2 問題用紙は1ページから4ページまでで4枚あります。また、解答用紙は2枚あります。検査開始の合図のあと確認してください。
- 3 答えは、すべて解答用紙の解答欄に記入してください。
- 4 問題及び公表用解答の無断転載を禁じます。

茨城工業高等専門学校

1 次の各問いの空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

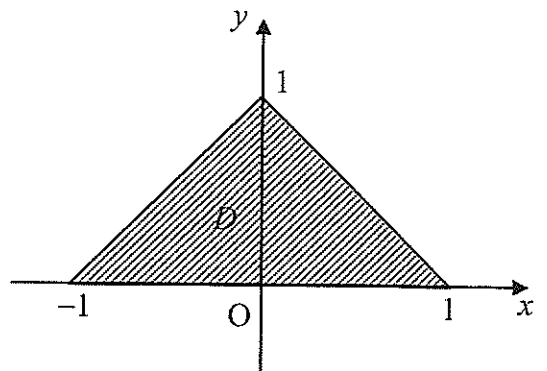
(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{\log(1+3x)} = \boxed{\text{①}}$  である。

(2)  $f(x, y) = \sin(x^2 y)$  とするとき、第1次偏導関数は  $f_x = \boxed{\text{①}}$ ， $f_y = \boxed{\text{②}}$  となり、第2次偏導関数は  $f_{xx} = \boxed{\text{③}}$ ， $f_{xy} = \boxed{\text{④}}$ ， $f_{yy} = \boxed{\text{⑤}}$  となる。

(3) 下図の斜線部の領域を  $D$  とすると、2重積分  $\iint_D (xy + y^2) dx dy$  の値は

$$\iint_D (xy + y^2) dx dy = \int_0^1 \left\{ \int_{\boxed{\text{②}}}^{\boxed{\text{①}}} (xy + y^2) dx \right\} dy = \boxed{\text{③}}$$

となる。



(4) 関数  $y = f(x)$  は  $x = a$  において微分可能とする。  $f'(a) = 1$  のとき、

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \boxed{\text{①}}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-3h) - f(a)}{h} = \boxed{\text{②}}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h} = \boxed{\text{③}}$$

となる。

2 次の各空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

媒介変数表示された曲線  $\begin{cases} x=3t^2 \\ y=-t^3+3t \end{cases} (0 \leq t \leq \sqrt{3})$  を図示すると、下図の曲線の

ようになる。

$t = \frac{1}{2}$  に対応する点の座標は  $(\text{①}, \text{②})$  となり、この点での接線の傾きは

$\text{③}$  である。よって、 $t = \frac{1}{2}$  に対応する点における接線の方程式は

$y = \text{③}x + \text{④}$  となる。

また、この曲線と  $x$  軸によって囲まれた図形の面積は

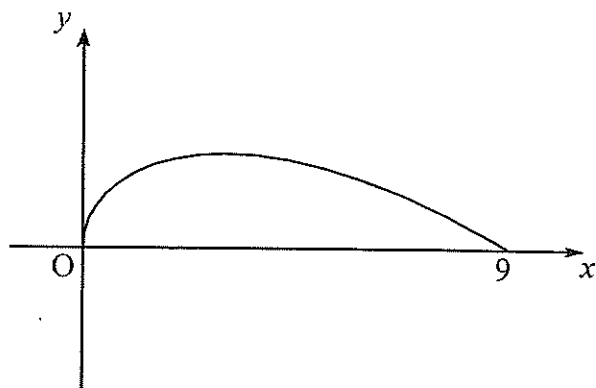
$$\int_0^9 y dx = \int_0^{\sqrt{3}} (\text{⑤}) dt = \text{⑥}$$

となる。(⑤は最も整理された  $t$  の多項式で表しなさい。)

この曲線の長さは

$$\int_0^{\sqrt{3}} (\text{⑦}) dt = \text{⑧}$$

となる。(⑦は最も整理された  $t$  の多項式で表しなさい。)



3 次の各空欄に、適当な数値を記入しなさい。

次の3次正方行列  $A$  を考える。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & -2 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

行列  $A$  の固有値は  $\lambda = \boxed{\text{①}}$ ,  $\boxed{\text{②}}$  (②は2重解) である。固有値  $\lambda = \boxed{\text{①}}$  に属する固有ベクトルは

$$C_1 \begin{pmatrix} \boxed{\text{③}} \\ \boxed{\text{④}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (C_1 \text{ は } 0 \text{ でない任意の実数})$$

であり、 $\lambda = \boxed{\text{②}}$  に属する固有ベクトルは

$$C_2 \begin{pmatrix} \boxed{\text{⑤}} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} \boxed{\text{⑥}} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (C_2, C_3 \text{ は同時には } 0 \text{ でない任意の実数})$$

である。

4 次の各空欄に、適当な式を記入しなさい。

微分方程式  $y^2 - x = 2xyy'$  の一般解を求める。

$v = y^2$  と変数変換すると、 $\boxed{\text{①}} - v + x = 0$  となる。これは、 $v$  に関する一階線形微分方程式なので、これを解くと、 $v = x(C - \boxed{\text{②}})$  ( $C$  は任意定数) を得る。従って、もとの微分方程式の解は  $y^2 = x(C - \boxed{\text{②}})$  ( $C$  は任意定数) となる。