退職者からのメッセージ

卵型曲線の方程式は？　創造への一歩

山　本　信　雄

いつも堅い授業ばかりで，たまにはリラックスして読んでください。明けてしまいましたが，昨年の干支は酉年。酉といえば鶏。鶏といえば卵。この卵の価額は１個10円そこそこ。50年前のお値段も10円と，当時の勝田ー水戸間の汽車賃と同じで卵は高級品だったのです。１週間に１個食べられれば幸せだったのです。なぜ今，卵の価額が安いのか，分かりますか。

卵の形は物理化学の要素を含む生理科学的な問題や進化論的淘汰の問題などが考えられますが，いわゆる卵型曲線はどのような方程式で表され得るのでしょうか。この曲線の方程式は全くといっていい位にお目にかからないと思います。私は見たことがありません。それは数学的普遍性がないからだと思います。

そこで，科学的な理屈を問わないで，視覚的に卵形になる曲線で簡単な式で表されるものを探ってみました。最も簡単な考え方は，図１に示すように，x 軸上にある焦点Q$(x_F, 0)$から伸びる線分ＰＱがあって，その線分の角度 θ に応じて，焦点の位置Qが x 軸上を正弦関数的に

$$x_F = l\cos\theta\,, \qquad (1)$$

のように変わると同時に，線分の長さ r_p も正弦関数的に

$$r_p = a_p + b_p\cos\theta\,, \qquad (2)$$

のように変わるときに，線分の先端Ｐの軌跡が卵形になるものを見つけようというものです。ただし，

$$b_p \le a_p\,. \qquad (3)$$

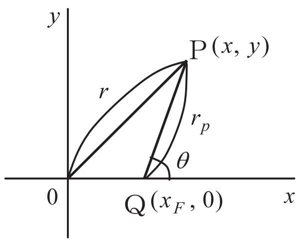


図１　座標設定

図1より，Ｐ点座標はつぎのようになります。

$$x = x_F + r_p\cos\theta\,, \qquad (4)$$

$$y = r_p\sin\theta \quad , \qquad (5)$$

以上を解くことは意外に大変なので，

$$l = b_p\,, \qquad (6)$$

と限定して（1）式から（4）式を解くと，

$$\frac{(x^2+y^2-a_p{}^2)^2}{4b_p{}^2(x+a_p)^2} + \frac{4(x+a_p)^2y^2}{\{(x+a_p)^2+y^2\}^2} = 1 \quad , \qquad (7)$$

のような４次式になります。

式の表示を簡単にするために，x 方向に a_p だけ平行移動させ，

$$a \equiv 2(a_p + b_p)\,, \quad b \equiv 4b_p\,, \qquad (8)$$

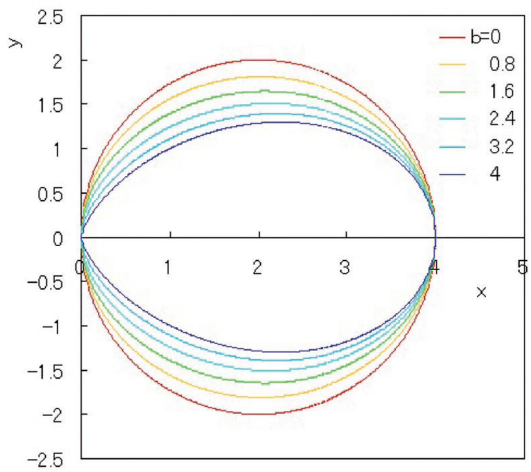
のような定数 a，b を導入すると，

$$(x^2+y^2)^2 = ax^3 + (a-b)xy\,, \qquad (9)$$

という卵型曲線らしき方程式が得られます。ただし，

$$a \ge b\,. \qquad (10)$$

$a = 4$ の場合につき，b の値をいろいろ変えて(9)式をコンピュータで計算させてグラフに表すと，図２のようになります。$b = 0$ のときは円になります。b の値が増すにつれ卵形になり，実際の卵と比較するとそっくりです。



基礎があって初めて，創造が可能です。学生の皆さん，授業をしっかりと学び，将来の土台を作らねばなりません。高学年の学生に聞いてみると，数学公式集や理科年表など，英語の辞典に相当する書籍を持っている人がほとんど皆無なのに気がつきました。低学年のうちは教科書中心でよいと思いますが，高学年，専攻科では，参考書のほか，是非，下記の書籍を辞典代わりに必携されることをお勧めします。

(1) 数学公式Ⅰ～Ⅲ，森口繁一他共著，岩波全書．

(2) 理科年表，国立天文台編，丸善．

(3) 元素111の知識，桜井弘著，講談社．