令和６年度専攻科入学者選抜学力検査問題

数　学

（注意）

1　学力検査問題は指示があるまで開かないでください。

2　問題用紙は１ページから４ページまでで４枚あります。また、解答用紙は２枚あります。検査開始の合図のあと確認してください。

3　答えは、すべて解答用紙の解答欄に記入してください。

4　解答用紙には、それぞれ受験番号、氏名を記入してください。

5　**問題及び公表用解答の無断転載を禁じます。**

茨城工業高等専門学校

$\boxed{1}$ 次の各問いの空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{e^{x}-e^{-x}}=\boxed{①}$ である。

(2) $f(x,y)=\dfrac{y+1}{x+1}$ のとき、第１次偏導関数は $f_x=\boxed{①}$, $f_y=\boxed{②}$ であり、第２次偏導関数は $f_{xx}=\boxed{③}$, $f_{xy}=\boxed{④}$, $f_{yy}=\boxed{⑤}$ である。よって、２次までのマクローリン展開は

$$f(x,y)=\boxed{⑥}+\boxed{⑦}x+\boxed{⑧}y+\boxed{⑨}x^2+\boxed{⑩}xy+\boxed{⑪}y^2+R_3$$

となる。ただし、R_3 は剰余項である。

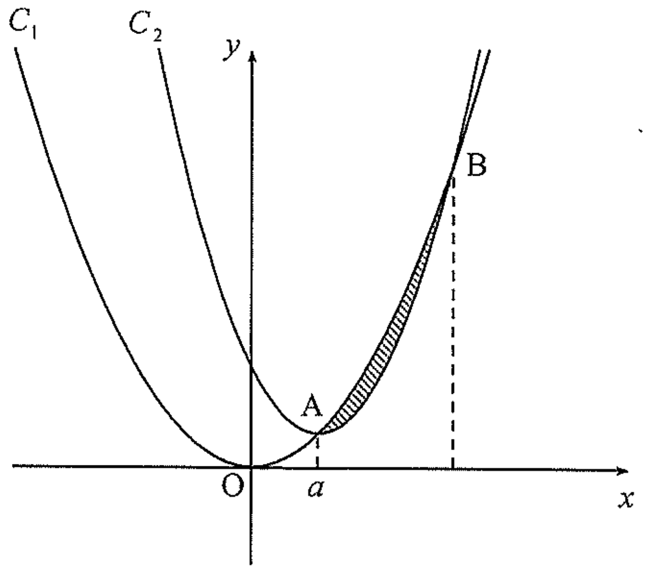
(3) 次の２重積分について、積分の順序交換を行って積分すると

$$\int_0^1\left(\int_x^1 e^{3y^2}dy\right)dx=\int_{\boxed{①}}^{\boxed{②}}\left(\int_{\boxed{③}}^{\boxed{④}}e^{3y^2}dx\right)dy=\boxed{⑤}$$

である。

$\boxed{2}$ 次の各空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

放物線C_1は関数$y=\dfrac{1}{2}x^2$のグラフで、このグラフ上に点Aをとり、そのx座標をaとする。ただし、$a>0$とする。放物線C_2は点Aを頂点とし、x^2の係数が1である関数のグラフとする。放物線C_2はaを用いて、$y=x^2+\boxed{①}x+\boxed{②}$と表され、$C_1$と$C_2$のもう一つの共有点Bの座標はB$\left(\boxed{③}, \boxed{④}\right)$となる。$C_1$と$C_2$によって囲まれた図形の面積$S$は$S=\boxed{⑤}$となり、$S=\dfrac{9}{4}$となるときの$a$の値は$a=\boxed{⑥}$である。



$\boxed{3}$ 次の各問いの空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

(1) 線形変換 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ による $y = 2x$ の像は $y =$ $\boxed{①}$ である。また、この線形変換による $y = ax$ の像が $y = -3x$ となるとき、$a =$ $\boxed{②}$ である。

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & 1 & x \end{pmatrix}$ の階数は、$x =$ $\boxed{①}$ のとき $\mathrm{rank}A = 1$、$x =$ $\boxed{②}$ のとき $\mathrm{rank}A = 2$、$x \neq$ $\boxed{③}$, $\boxed{④}$ (ただし、$\boxed{③} < \boxed{④}$ とする) のとき $\mathrm{rank}A = 3$ となる。

$\boxed{4}$ 次の各空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

$y=y(x)$ に関する微分方程式 $y^3y'=y^4+e^{-x}$ の一般解を求める。$u=y^4$ とおくと、u に関する微分方程式 $u'=\boxed{①}$ （ただし、$\boxed{①}$ は $y,\ y'$ を含まない）を得る。このとき、$(ue^{-4x})'=\boxed{②}$ （ただし、$\boxed{②}$ は $y,\ y',\ u,\ u'$ を含まない）となるので、この式の両辺を x で積分すると、 $u=C\boxed{③}+\boxed{④}$ （C は任意定数)を得る。よって、与えられた微分方程式の一般解は $y^4=C\boxed{③}+\boxed{④}$ である。さらに、$y(0)=1$ を満たす解は $y^4=\boxed{⑤}$ である。