

令和4年度専攻科入学者選抜学力検査問題（2次）

数 学

（注意）

- 1 問題用紙は指示があるまで開かないでください。
- 2 問題用紙は1ページから5ページまでで5枚あります。また、解答用紙は2枚あります。検査開始の合図のあと確認してください。
- 3 答えは、すべて解答用紙の解答欄に記入してください。
- 4 解答用紙には、それぞれ受験番号、氏名を記入してください。
- 5 問題及び公表用解答の無断転載を禁じます。

茨城工業高等専門学校

1 次の各問いの空欄に、適当な数値を記入しなさい。

(1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2-3x} = \text{①}$ である。

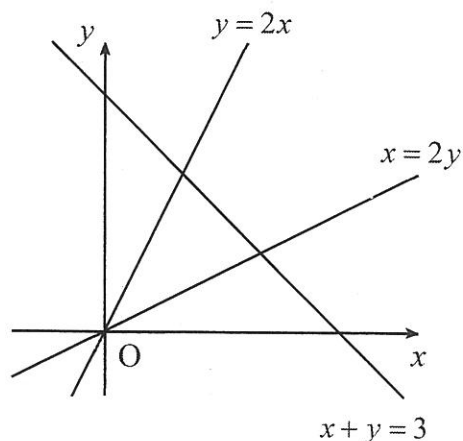
(2) 関数 $f(x, y) = \sqrt{x+2y}$ の点 $(-1, 1)$ におけるテイラー展開は次のようになる。

$$f(x, y) = 1 + \text{①}(x+1) + \text{②}(y-1) + \text{③}(x+1)^2 - \frac{1}{2}(x+1)(y-1) + \text{④}(y-1)^2 + R_3$$

(ここで、 R_3 は 3 次以上の剰余項を表す。)

(3) 領域 D を $D = \{(x, y) \mid y \leq 2x, x \leq 2y, x+y \leq 3\}$ とする。このとき、

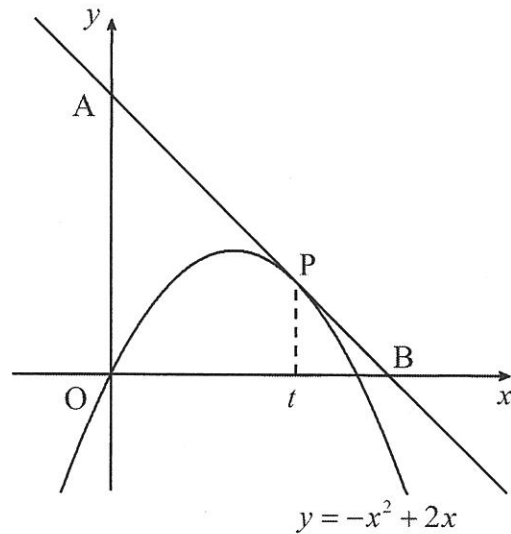
$$\iint_D y \, dx \, dy = \text{①}$$
 である。



2 次の問題の空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

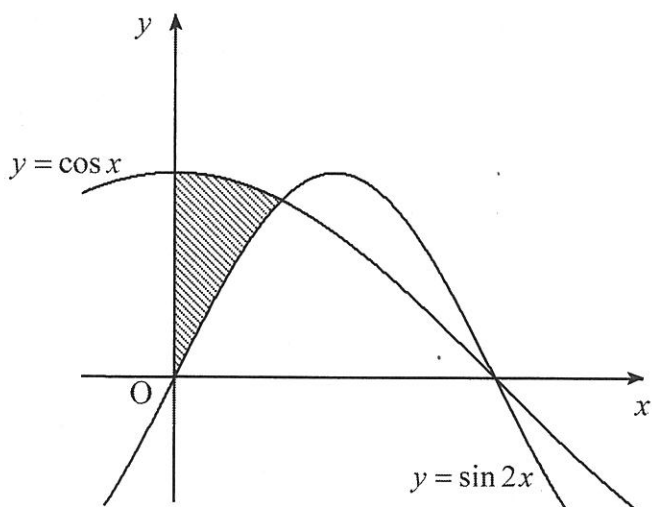
図の曲線は関数 $y = -x^2 + 2x$ のグラフで、この曲線上に点 P をとり、点 P における接線と y 軸との交点を A 、 x 軸との交点を B とする。点 P の x 座標を t とする。ただし、 $1 < t < 2$ である。

点 P における接線の方程式は、 t を用いて $y = \text{①}x + \text{②}$ と表され、点 A, B の座標は $A(0, \text{③})$ 、 $B(\text{④}, 0)$ となる。したがって三角形 AOB の面積 S は $S = \text{⑤}$ と t の関数となり、この面積 S は $t = \text{⑥}$ のときに最小値 ⑦ をとる。



3 次の問いの空欄に、適当な数値を記入しなさい。

$y = \sin 2x$, $y = \cos x$ のグラフの交点の x 座標は $x = \text{①}$ である。ただし、 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ とする。また、 $y = \sin 2x$, $y = \cos x$ のグラフと y 軸によって囲まれる図の斜線部の図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積は ② である。



4 次の問いの空欄に、適当な数値を記入しなさい。

行列 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値の一つが 2 のとき、 $x = \text{①}$ であり、もう一

つの固有値は ② となる。

5 次の問いの空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

微分方程式 $y = xy' - \sqrt{y'+1}$ ($x > 0$) を解く。 $y'+1 \neq 0$ のとき、この式の両辺を x で微分すると、 $y''(x - \text{①}) = 0$ という微分方程式が得られる。この等式から $x = \text{①}$ または $y'' = 0$ となる。

$x = \text{①}$ のとき、これを y' について解くと $y' = \text{②}$ であるから、 $y = \text{③} + C_1$

(C_1 は任意の定数) と求まる。ここで、もとの微分方程式に代入して計算すると、

$C_1 = \text{④}$ が分かる。

$y'' = 0$ のとき、 $y = C_2x + C_3$ (C_2, C_3 は任意の定数) となり、もとの微分方程式に代入して計算すると、 $C_3 = \text{⑤}$ が分かる。ただし、 ⑤ については C_2 を用いて表せ。なお、この解は、 $y'+1=0$ とした場合の解を含んでいる。

以上より求める解は、 $y = \text{⑥}$ または $y = \text{⑦}$ である。ただし、 ⑦ については、任意定数は C_2 を用いて表せ。