

# 令和4年度専攻科入学者選抜学力検査問題

## 数 学

### (注意)

- 1 問題用紙は指示があるまで開かないでください。
- 2 問題用紙は1ページから4ページまでで4枚あります。また、解答用紙は2枚あります。検査開始の合図のあと確認してください。
- 3 答えは、すべて解答用紙の解答欄に記入してください。
- 4 解答用紙には、それぞれ受験番号、氏名を記入してください。
- 5 問題及び公表用解答の無断転載を禁じます。

茨城工業高等専門学校

1 次の各問いの空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

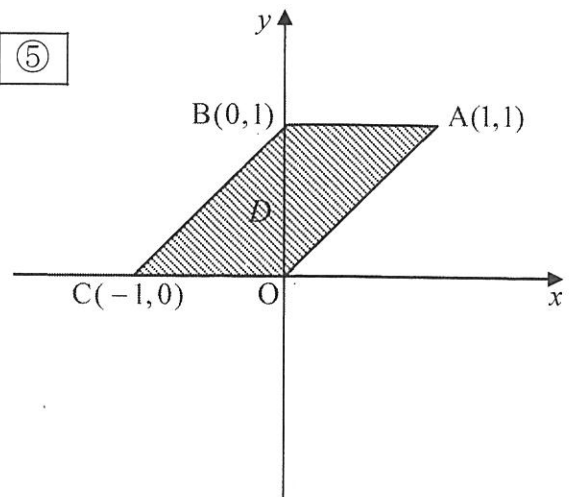
(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2} = \boxed{\text{①}}$  である。

(2)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx = \boxed{\text{①}}$  である。

(3)  $xy$  平面において、4 点  $O(0,0)$ ,  $A(1,1)$ ,  $B(0,1)$ ,  $C(-1,0)$  を頂点とする平行四辺形の領域を  $D$  とする。このとき、2 重積分  $\iint_D (3x^2 + 2y) dx dy$  は

$$\iint_D (3x^2 + 2y) dx dy = \int_{\boxed{\text{①}}}^{\boxed{\text{②}}} \left\{ \int_{\boxed{\text{③}}}^{\boxed{\text{④}}} (3x^2 + 2y) dx \right\} dy = \boxed{\text{⑤}}$$

となる。



2 次の各問いの空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

(1) 2変数関数  $f(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 14y - 2$  の極値を調べる。

$f_x = \text{①}$ ,  $f_y = \text{②}$  より、極値をとりうる点 P の座標は  $(\text{③}, \text{④})$  となる。

$f_{xx} = \text{⑤}$ ,  $f_{xy} = \text{⑥}$ ,  $f_{yy} = \text{⑦}$  であるから、 $H = f_{xx} f_{yy} - f_{xy}^2$  とおくと点

P における  $H$  の値は  $\text{⑧}$  である。点 P における  $f_{xx}$  の符号は  $\text{⑨}$  であるので、点

P において関数  $f(x, y)$  は  $\text{⑩}$  となり、その値は  $\text{⑪}$  である。

(ただし、 $\text{⑨}$  には正または負、 $\text{⑩}$  には極大または極小のいずれかを記入しなさい。)

(2) 行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  の逆行列  $A^{-1}$  について、その  $(2, 3)$  成分の値は  $\text{①}$  である。

3 次の各空欄に適当な数値を記入しなさい。

空間内の2直線  $l_1: x = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{3}$  と  $l_2: \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  を考える。 $l_1$ 上に点P、

$l_2$ 上に点Qをとるとき、PとQの距離が最小となるQの座標を求める。 $l_1$ の方向ベクトルを $\vec{v}_1$ 、 $l_2$ の方向ベクトルを $\vec{v}_2$ とする。原点をOとすると、

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 0 \\ \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \end{pmatrix} s, \quad \overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} \textcircled{6} \\ \textcircled{7} \\ \textcircled{8} \end{pmatrix} t \quad (s, t \text{ は媒介変数})$$

となる。

PとQの距離が最小となるとき、 $\overrightarrow{PQ}$ と $l_1$ 、 $\overrightarrow{PQ}$ と $l_2$ はそれぞれ直交するので、 $\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{v}_1 = 0$ 、 $\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{v}_2 = 0$ となる。これらの条件から $t$ の値は $\textcircled{9}$ で、Qの座標は $Q(\textcircled{10}, \textcircled{11}, \textcircled{12})$ である。

4  $y = y(x)$ に関する微分方程式  $x \frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \frac{dy}{dx} - x$  について、次の各問いに答えな

さい。

- (1)  $z = \frac{dy}{dx}$  と変換して得られる  $z$  に関する微分方程式の一般解を求めなさい。
- (2) 元の微分方程式の解  $y(x)$  で、 $y(0) = 1, y'(1) = 3$  を満たすものを求めなさい。