

令和5年度専攻科入学者選抜学力検査問題

数 学

(注意)

- 1 学力検査問題は指示があるまで開かないでください。
- 2 問題用紙は1ページから4ページまでで4枚あります。また、解答用紙は2枚あります。検査開始の合図のあと確認してください。
- 3 答えは、すべて解答用紙の解答欄に記入してください。
- 4 解答用紙には、それぞれ受験番号、氏名を記入してください。
- 5 問題及び公表用解答の無断転載を禁じます。

茨城工業高等専門学校

1 次の各問いの空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

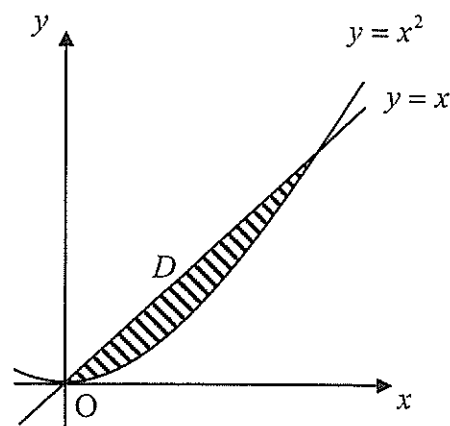
(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^3}}{\frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3}} = \boxed{\text{①}}$ である。

(2) $f(x, y) = x^3 e^{y^2}$ のとき、第1次偏導関数は $f_x = \boxed{\text{①}}$, $f_y = \boxed{\text{②}}$ であり、第2次偏導関数は $f_{xx} = \boxed{\text{③}}$, $f_{xy} = \boxed{\text{④}}$, $f_{yy} = \boxed{\text{⑤}}$ である。

(3) 下図の斜線部の領域を D とすると、2重積分 $\iint_D x^3 y \, dx \, dy$ の値は

$$\iint_D x^3 y \, dx \, dy = \int_{\boxed{\text{①}}}^{\boxed{\text{②}}} \left(\int_{\boxed{\text{③}}}^{\boxed{\text{④}}} x^3 y \, dy \right) dx = \boxed{\text{⑤}}$$

である。



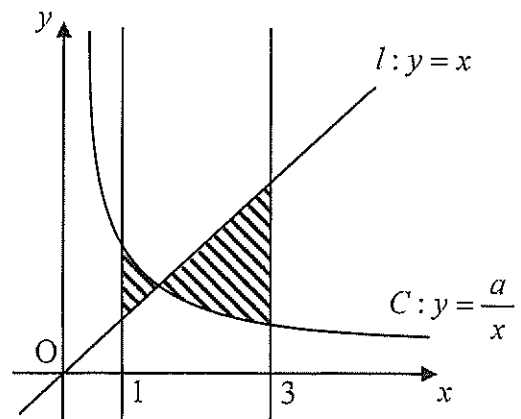
2 次の各空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

曲線 $C: y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) と直線 $l: y = x$ の交点の x 座標は $x = \pm$ ① であるので、

曲線 C と直線 l が $1 \leq x \leq 3$ で交点をもつような a の範囲は ② $\leq a \leq$ ③ である。

以下では ② $\leq a \leq$ ③ とし、下図の斜線部の面積を S とすると $S =$ ④ である。

したがって、 $a =$ ⑤ のとき、 S は最小値 ⑥ をとる。



3 次の各空欄に、適当な式または数値を記入しなさい。

行列 $A = \begin{pmatrix} 14 & -10 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ の固有値は $\lambda_1 = \text{①}$ ， $\lambda_2 = \text{②}$ ($\lambda_1 < \lambda_2$) である。 λ_1 に関する固有ベクトルは $c_1 \begin{pmatrix} \text{③} \\ 1 \end{pmatrix}$ ($c_1 \neq 0$)、 λ_2 に関する固有ベクトルは $c_2 \begin{pmatrix} \text{④} \\ 1 \end{pmatrix}$ ($c_2 \neq 0$) となる。

したがって、 $P = \begin{pmatrix} \text{③} & \text{④} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ により、行列 A は $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \text{①} & 0 \\ 0 & \text{②} \end{pmatrix}$ と対角化される。

よって、 $A^n = \begin{pmatrix} \text{⑤} & \text{⑥} \\ \text{⑦} & \text{⑧} \end{pmatrix}$ である。

4 次の各空欄に、適切な式または数値を記入しなさい。

$y = y(x)$ に関する微分方程式 $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x}$ の一般解を求める。 $u = \frac{y}{x}$ とおくと

与えられた微分方程式は、 $u(x)$ に関する微分方程式 $\frac{du}{dx} = \text{①}$ へ変形される。この

方程式は変数分離型なので、これを解くと $u = -\frac{1}{\text{②} + C}$ (C は任意定数)を得る。

よって、与えられた微分方程式の解は $y = -\frac{\text{③}}{\text{④} + C}$ (C は任意定数)である。

5 次の $y = y(x)$ に関する微分方程式について、以下の各問いに答えなさい。

$$\frac{dy}{dx} = (y^2 + 1)x$$

(1) この微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めなさい。

(2) この微分方程式の解で、 $y(0) = 1$ を満たすものを求めなさい。